

Miscellaneous Topics

متفرق موضوعات

Lecture 5 Notes: Pascal's Triangle: A Mathematical Journey from the Arab World to Europe

Muhammad Usman Ali Nizami

محمد عثمان علی نظامی

July 3, 2025

Abstract

In this discussion, we will introduce the concept of Pascal's triangle and its historical development from Arab world to Europe.

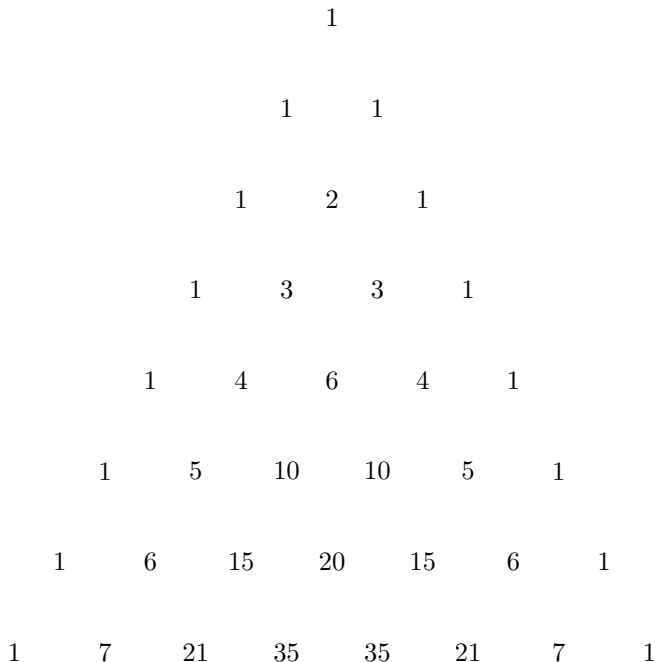
یہاں ہم پاسکل مثلث کے متعلق بات کریں گے اور اس کی تاریخ کا ذکر کرے گے کیسے یہ عرب دنیا سے ہوتی ہوئی یورپ میں اپنے عروج کو پہنچی۔

Contents

1	Pascal's Triangle (پاسکل مثلث)	3
2	Historical Development (تاریخ)	3
3	Exercises (مشق)	4
4	Conclusion (اختتامیہ)	5
5	References (حوالہ جات)	5

1 Pascal's Triangle (پاسکل مثلث)

نیچے پاسکل مثلث جس کی گہرائی لا محدود ہے، اس کا کچھ حصہ دکھایا گیا ہے۔



اس مثلث کو دو درجہ (binomial) جملوں کو حل کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر $(a+b)^5$ کو حل کرنے کے لئے آپ اس مثلث کی چھٹی لائن پر جائیں اور وہاں موجود اعداد کو ترتیب سے لکھیں۔



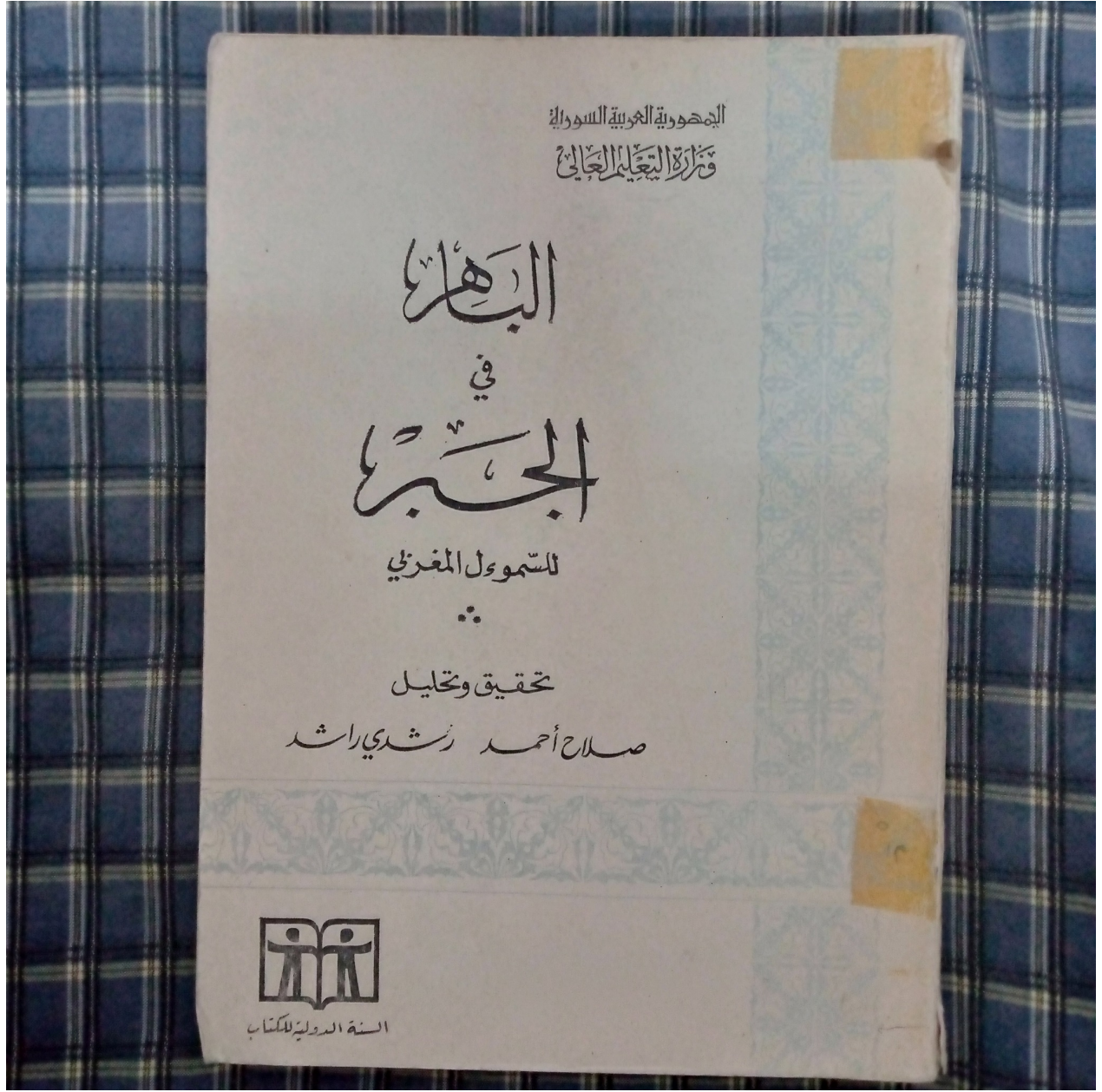
لہذا اب ہم یوں لکھ سکتے ہیں کہ

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

یوں ہم اس کو حل کرنے کے لئے لمبی ضرب دینے سے بچ گئے۔

2 Historical Development (تاریخ)

تاریخی طور پر اس مثلث کے ابتدائی حصے کو مختلف اقوام نے بنایا۔ عربوں میں جن افراد نے اس پر کام کیا اس میں ابو بکر محمد بن الحسن الکرجی Abu Bakr Muḥammad ibn al-Karajī اور Ḥasan al-Karajī اور السموک بن یحییٰ المغربي Al-Samaw² al ibn Yahyā al-Maghribī شامل ہیں۔ اس کے علاوہ ایران سے عمر خیام Omar Khayyam نے بھی اس پر کام کیا۔



al-Maghribī Yaḥyā ibn Al-Samawʿal of Book 1: Figure

اس کے علاوہ چین میں بی اس پر کام ہوا۔ یہ اپنے عروج پر یورپ جا کر پہنچی جہاں Blaise Pascal نے اس کو ختمی شکل دی۔ اس کو Binomial Theorem میں استعمال کیا جاتا ہے۔ مزید تفصیل کے لئے نیشہ دئے گئے حوالہ جات کو دیکھیں۔
مزید تفصیل کے لئے ویڈیو ملاحظہ ہو۔

Video Link.

3 Exercises (مشق)

Evaluate
 $(a + b)^{20}$
 using pascal's triangle.

4 Conclusion (اختتامیه)

Here we discussed the details of Pascal's triangle and its historical development in different civilizations.

5 References (حواله جات)

References

- [1] Canterbury University Repository – Thesis or Article.
- [2] Article on Springer: Arabic Mathematics in the European Middle Ages.
- [3] Al-Bahir fi'l-jabr The brilliant in algebra Al-Samawal al-Maghribi, Di Al-Qari Arabic Bookstore.
- [4] The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra – JSTOR.
- [5] Roshdi Rashed, *The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra*, Springer, 1994.
- [6] Nathan Sidoli and Glen Van Brummelen (Eds.), *From Alexandria, Through Baghdad: Surveys and Studies in the Ancient Greek and Medieval Islamic Mathematical Sciences in Honor of J. L. Berggren*, Springer, 2013.